

УДК 624.072.31

Г.В. МУРАШКИН, д-р техн. наук, С.С. МОРДОВСКИЙ, инженер (qaer1@yandex.ru),  
Самарский государственный архитектурно-строительный университет

## Применение диаграмм деформирования для расчета несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов

В программном комплексе MathCad разработан алгоритм расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов на основе нелинейной модели деформирования бетона. Проведенные практические и теоретические исследования колонн позволяют сделать вывод: применение диаграмм осевого сжатия бетона для расчетов внецентренно сжатых железобетонных элементов возможно без их трансформирования.

**Ключевые слова:** внецентренное сжатие, железобетон, несущая способность, диаграмма деформирования.

Многие годы внимание исследователей привлекают диаграммы деформирования бетона, связывающие напряжения с относительными деформациями. Учитывая современные представления о нелинейности, неравномерности деформирования, анизотропии и других свойствах работы бетона, диаграмма осевого сжатия имеет криволинейное очертание, напоминающее несимметричную параболу. СП 52-101-2003 в качестве зависимостей, используемых во всех случаях при расчете нормальных сечений по нелинейной деформационной модели, рекомендует применять билинейную и трехлинейную диаграммы для бетона. Для арматурной стали применяется диаграмма Прандтля.

Казалось бы, уже можно решить задачу оценки напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента. Однако одним из актуальных по настоящее время остается вопрос о возможности непосредственного применения диаграмм одноосного сжатия (растяжения) бетона для расчетов конструкций, находящихся в сложнапряженном состоянии.

Исследователи внецентренно сжатых элементов не приходят к единому мнению при попытках решить данную задачу. Одни авторы считают, что работу внецентренно сжатых образцов нельзя численно оценить, используя диаграмму бетона при осевом сжатии (Х. Раш, Х. Рюш, С. Стокл, Г.М. Стурман, С.П. Шах и Г. Винтер), другие отмечают неизменность напряжений и деформаций в вершине диаграммы с увеличением лишь предельной сжимаемости с ростом градиента деформации (Л.Е. Кларк, К.Г. Герлстль и Л.Г. Тулин). В.П. Чайка установил, что максимальные напряжения в бетоне при внецентренном сжатии могут повышаться на 10–15%.

Исследователи, придерживающиеся мнения о различии диаграмм одноосного сжатия и сложнапряженного состояния количественно и качественно, указывают на необходимость трансформации диаграммы деформирования бетона при осевом сжатии перед непосредственным использованием в расчетах. Определение коэффициентов трансформации эталонных диаграмм рассматривалось В.В. Адищевым, Э.В. Березиной, Н.В. Ершовой [1], Ю.А. Крусь [2].

Экспоненциальная зависимость для описания деформирования бетона, анализ применения которой для внецентренно сжатых элементов рассмотрим ниже:

$$\sigma_b(\varepsilon_b) = a_c \cdot \varepsilon_b^{b_c} \cdot \exp\left(\frac{-b_c \cdot \varepsilon_b}{p}\right), \quad (1)$$

где  $a_c$ ,  $b_c$  – коэффициенты;  $p$  – величина относительной деформации, соответствующая напряжению  $R_b$ .

Эффективность применения диаграммы деформирования бетона в виде экспоненциальной зависимости (1), предложенной в [3], для расчетов изгибаемых элементов была подтверждена в работах А.В. Козлова [4], А.А. Пищулева [5].

За расчетную модель принят внецентренно сжатый железобетонный элемент прямоугольного сечения шириной  $b$  и высотой  $H$  (рис. 1).

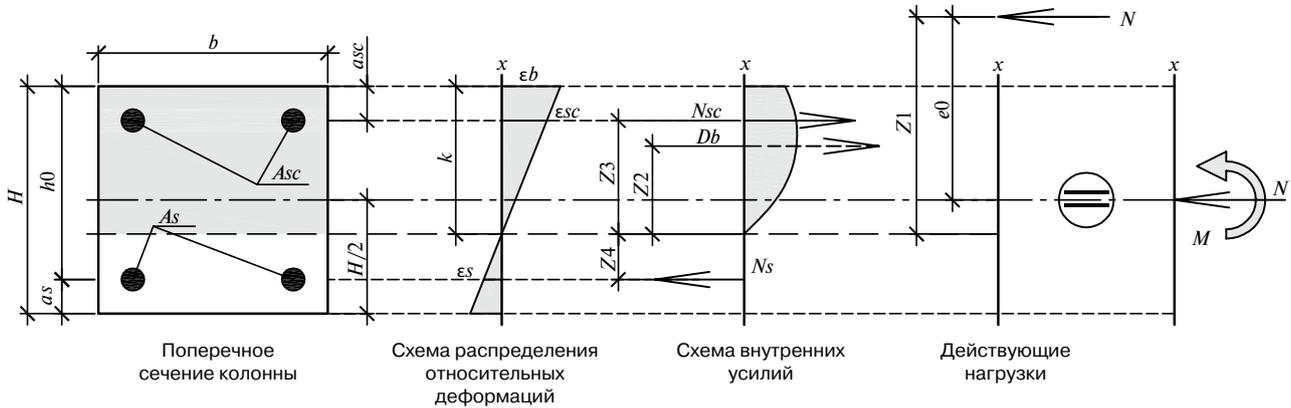
Условия деформирования для применяемого бетона в (1) задается значениями коэффициентов  $a_c$  и  $b_c$ , которые вычисляются при решении системы уравнений:

$$R_b = a_c \cdot p^{b_c} \cdot \exp\left(\frac{-b_c \cdot p}{p}\right); \quad (1.1)$$

$$0,1 \cdot R_b = a_c \cdot \left(\frac{0,1 \cdot R_b}{E_b} \cdot \gamma\right)^{b_c} \cdot \exp\left(\frac{-b_c \cdot \left(\frac{0,1 \cdot R_b}{E_b} \cdot \gamma\right)}{p}\right); \quad (1.2)$$

$$E_b = \frac{a_c \cdot b_c \cdot \left(\frac{0,1 \cdot R_b}{E_b} \cdot \gamma\right)^{b_c-1} \cdot \exp\left(\frac{-b_c \cdot \left(\frac{0,1 \cdot R_b}{E_b} \cdot \gamma\right)}{p}\right) \cdot \left(p - \frac{0,1 \cdot R_b}{E_b} \cdot \gamma\right)}{p}, \quad (1.3)$$

где  $R_b$  – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию;  $E_b$  – начальный модуль упругости бетона при напряжениях, составляющих 10% от  $R_b$ ;  $\gamma$  – коэффициент, входящий в со-



**Рис. 1.** Схема расчетной модели внецентренно сжатого железобетонного элемента:  $\epsilon b$  – величина относительных деформаций крайнего сжатого волокна бетона  $\epsilon b(\epsilon_b)$ ;  $\epsilon s(\epsilon_s)$  и  $\epsilon sc(\epsilon_{sc})$  – величины относительных деформаций наиболее и менее удаленной от линии действия внешнего усилия арматуры соответственно;  $Db$  – равнодействующая усилий в сжатой зоне бетона;  $Ns$  и  $Nsc$  – равнодействующая усилий наиболее и менее удаленных от линии действия внешнего усилия арматурных стержней соответственно;  $N$  – приложенное с эксцентриситетом внешнее усилие;  $k$  – высота сжатой зоны бетона;  $as(a_s)$  и  $asc(a_{sc})$  – величина защитного слоя бетона для наиболее и менее удаленных от линии действия внешнего усилия арматурных стержней соответственно;  $h_0$  – рабочая высота сечения ( $h_0$ );  $x$  – текущая координатная ось для сжатой зоны бетона с началом отсчета на нейтральной оси;  $e_0$  – расстояние от оси симметрии образца до линии действия внецентренно приложенного усилия ( $e_0$ );  $Z1$  – плечо внецентренно приложенного внешнего усилия  $N$  относительно нейтральной оси;  $Z2, Z3, Z4$  – плечи внутренних усилий  $Db, Nsc, Ns$  соответственно относительно нейтральной оси

став постоянных коэффициентов  $a_c$  и  $b_c$ , позволяющий определить очертание диаграммы деформирования при прохождении через точку  $0,1 R_b$ .

Принцип расчета нормальных сечений на внецентренное сжатие основан на двух условиях равновесия без учета работы растянутого бетона:

$$\sum N = 0; \quad (2)$$

$$\sum M = 0. \quad (3)$$

Усилия в бетоне и арматуре, а также пределы интегрирования задаются согласно расчетной схеме (рис. 1). При этом закон деформирования бетона определяется зависимостью (1); арматуры – диаграммой Прандтля.

Высота сжатой зоны бетона не является постоянной величиной, так как в процессе работы железобетонного элемента изменяются усилия в бетоне и арматуре. Закон изменения этого параметра  $k(\epsilon b)$  выявляется из уравнения (3), используя встроенную в среде MathCad функцию root. При дальнейших вычислениях каждое из усилий переопределяется в соответствии с изменением высоты сжатой зоны бетона.

Вышеперечисленные суждения посредством применения средств программирования MathCad увязаны в единый алгоритм, позволяющий производить вычисления в автоматическом режиме с контролем на определенных ступенях.

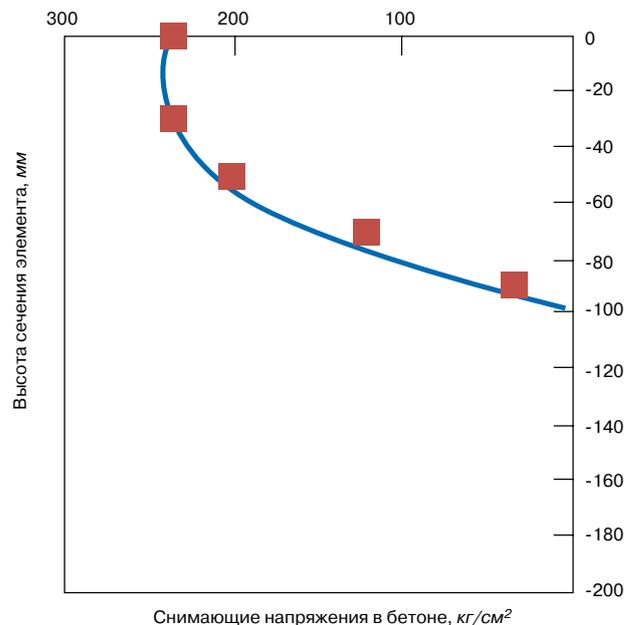
Для проверки реализованного алгоритма расчета прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением нелинейной диаграммы деформирования бетона было изготовлено и испытано четыре серии образцов [6].

Значения прочности экспериментальных образцов считывались по нескольким вариантам. При этом варьировались как вид диаграмм деформирования бетона и арматуры, так и параметрические точки диаграммы состояния бетона – предельная сжимаемость  $\epsilon_{b,R}$ ; краевые деформации  $\epsilon_{bu}$  или  $\epsilon_{buIP}$ , а также значения начального модуля упругости бетона  $E_b$ . Анализ показал, что применение в разработанном алгоритме диаграммы деформирования бетона в виде экспоненциальной зависимости (1) и диаграммы де-

формирования арматуры в виде диаграммы Прандтля позволяет получить значение среднего отклонения 3,5% и среднего квадратичного – 4,2%. При этом значение  $E_b$  определено по формуле из [7]; величина  $\epsilon_{b,R}$  – в соответствии с Eurocode-2;  $\epsilon_{bu}$  – по [8].

Учитывая мнение сторонников различия диаграмм одноосного сжатия и сложноподпряженного состояния, была выполнена трансформация кривой деформирования бетона (1) согласно [1]. Применение полученного закона деформирования бетона в вычислениях по разработанному алгоритму приводит к значительному завышению результатов прочности.

Во время эксперимента относительные деформации бетона и арматуры измерялись тензодатчиками омического



**Рис. 2.** Распределение сжимающих напряжений в бетоне по высоте нормального сечения образца К-1(2) на определенной стадии нагружения: ■ – напряжения в местах наклейки датчиков при  $N=21$  т; — — этюра сжатой зоны бетона по программе при  $N=21$  т

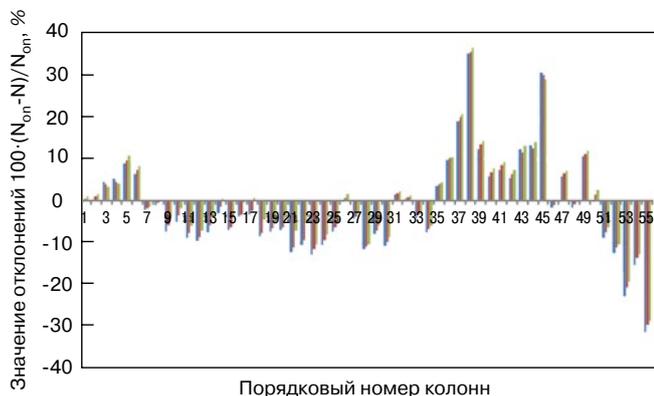


Рис. 3. Значения отклонений опытных ( $N_{on}$ ) и расчетных ( $N$ ) значений прочности коротких внецентренно сжатых колонн: ■ — двухлинейная диаграмма деформирования бетона; ■ — трехлинейная диаграмма деформирования бетона; ■ — нелинейная диаграмма в виде экспоненциальной зависимости

сопротивления, показания которых фиксировала система сбора данных UCAM-60B фирмы KYOWA. Диапазон опытных значений несущей способности (прочности) проанализированных образцов составляет 190–3600 кН.

Используя возможности алгоритма и средств программирования САПР MathCad, можно отслеживать процесс изменения сжимающих напряжений в бетоне по высоте сечения на различных уровнях загрузки и определять деформации бетона и арматуры в эти моменты (рис. 2).

Кроме сопоставления результатов расчета по алгоритму, основные положения которого изложены выше, с собственными экспериментальными данными, для проверки достоверности полученных результатов были проанализированы опытные данные, приведенные в [9–14]. В общей сложности несущая способность 55 экспериментальных образцов была просчитана по алгоритму с применением (1), с применением трех- и двухлинейной диаграмм деформирования бетона, рекомендуемых СП 52-101-2003 (рис. 5). В результате расчетов получены следующие значения среднего и среднеквадратичного отклонений:

- с применением (1): 0,1% и 11%;
- с применением двухлинейной диаграммы: -0,7% и 11,1%;
- с применением трехлинейной диаграммы: -1,4% и 11,5%.

### Выводы

1. Анализ результатов собственных и сторонних экспериментов показывает возможность применения диаграмм осевого сжатия бетона для расчетов элементов, находящихся в сложнапряженном состоянии без проведения их трансформирования.
2. Расчет прочности с применением всех трех диаграмм деформирования бетона (нелинейная, би- и трехлинейная) показал близкие результаты при повышении точности вычислений с применением зависимости (1) по среднему и среднеквадратичному отклонению. При этом диапазон эксцентриситетов приложения внешнего усилия достаточно широк  $[0-(h/2+20)]$  см.
3. Применение нелинейной диаграммы деформирования бетона в виде экспоненциальной зависимости делает возможным определение значения прочности образца при известных значениях деформаций; определение напряженно-деформированного состояния по всей высоте сечения элемента в любой момент загрузки,

включая оценку напряжений в различных слоях бетона, а также в арматуре. Это может оказаться полезным при расчетах эксплуатируемых конструкций.

### Список литературы

1. Адищев В.В., Березина Э.В., Ершова Н.В. Определение коэффициентов трансформации эталонных диаграмм для изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов // Изв. вузов. Строительство. 2011. № 7. С. 73–81.
2. Крусъ Ю.А. Трансформирование диаграмм деформирования бетона при центральном сжатии и растяжении // Изв. вузов. Строительство. 2008. № 7. С. 113–122.
3. Мурашкин Г.В., Мурашкин В.Г. Моделирование диаграммы деформирования бетона и схемы напряженно-деформированного состояния // Изв. вузов. Строительство. 1997. № 10. С. 4–6.
4. Козлов А.В. Расчет нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов с учетом физически обоснованной диаграммы деформирования бетона // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы региональной 60-й научно-технической конференции. СамГАСА, Самара, 2003 г.
5. Пищулев А.А. Изгибаемые железобетонные элементы с неоднородными прочностными характеристиками бетона сжатой зоны // Бетон и железобетон. 2010. № 2. С. 23–26.
6. Мордовский С.С., Мурашкин В.Г. Напряженное состояние экспериментальных образцов при внецентренном нагружении // Электронное издание. Современные проблемы науки и образования. 2012. № 4. URL: <http://www.science-education.ru/104-6794>.
7. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 412 с.
8. Ильин О.Ф. Обобщенная методика расчета прочности нормальных сечений с учетом особенностей свойств различных бетонов. В кн.: Поведение бетона и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности. М.: НИИЖБ, 1980. 205 с.
9. Чистяков Е.А. Основы теории, методы расчета и экспериментальные исследования несущей способности сжатых железобетонных элементов при статическом нагружении // Дис. ... д-ра техн. наук. М., 1988. С. 73–155.
10. Campione G., Fossetti M., Papia M., Behavior of Fiber-Reinforced Concrete Columns under Axially and Eccentrically Compressive Loads // ACI Structural Journal. May-June 2010. Title no. 107-S26. Pp. 272–281.
11. Lin C.H., Chen S.T., Yang C.A. Repair of Fire-Damaged Reinforced Concrete Columns // ACI Structural Journal. July-August 1995. Title no. 92-S38. Pp. 406–411.
12. Loyd N.A., Rangan B.V. Studies on High-Strength Concrete Columns under Eccentric Compression // ACI Structural Journal. November-December 1996. Title no. 93-S59. Pp. 631–638.
13. Taranu N., Cozmanniciu C., Oltean R. Experimental study of reinforced concrete columns confined with composite membranes // «Gheorghe Asachi» Technical University of Iasi, Faculty of Civil Engineering and Building Services. 2011. Tomul LIV (LVIII), Fasc. 3. Pp. 33–45.